

Leçon 229 : Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

1 Fonctions monotones (Rami-Deschamps)

1.1 Généralités

- Définition monotone/strict monotone + \mathcal{M}_+
- Stabilité de la notion + des exemples

1.2 Régularité

- Limite monotone + Limite finie
- Corollaire II
- Point de discontinuité au plus dénombrable
- CNS pour que la fonction soit continue (si $f(I)$ est un intervalle)
- Application avec homéomorphisme

1.3 Dérivabilité

- Lien entre monotonie et dérivée
- Caractérisation des application strictement monotones

2 Fonctions convexes (Rombaldi)

2.1 Généralités

- Définition + équivalence
- Des exemples/théorèmes à choisir dans les exemples 8.1 du Rombaldi

2.2 Log-convexes

- Définition + log-convexe implique convexe
- Dév 1 : Lowner + log convexité du déterminant

2.3 Régularité

- Lipschitzienne sur l'intervalle ouvert
- Équivalences avec les trois pentes etc.
- CNS pour être constante et majorée
- Lien avec dérivées à droite/gauche
- Résultat des fonctions convexes dérivables/deux fois dérivables
- Des trucs parmi les exemples 8.2

3 Applications

3.1 Des inégalités (Rombaldi)

- Ce qu'on veut : Hölder, Jensen, géométrique etc.

3.2 Optimisation (Beck)

- Condition nécessaire d'extremum pour les différentiables sont aussi suffisantes
- Unicité d'un extremum pour strict convexe
- Ensemble des extremum est convexe
- Dév 2 : Points de Fermat